

Induktive Plasmabeschleunigung mit nicht-sinusförmigen stehenden elektromagnetischen Wellen

R. Köhne und A. Meert

Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e. V.
Institut für Energiewandlung und Elektrische Antriebe, Stuttgart

(Z. Naturforsch. **29 a**, 45–50 [1974]; eingegangen am 14. September 1973)

Inductive Plasma Acceleration with Non-Sinusoidal Electromagnetic Standing Waves

Some types of standing r. f. waves are compared and discussed. As a result a new type of a non-sinusoidal standing wave is proposed which leads to an improved inductive acceleration system. Plasma velocity measurements have been carried out on this system. Numerical calculations are made for the plasma acceleration process and compared with the experimental values of the velocity. The theory as well as the advantage of the proposed system is verified by the results.

1. Einleitung

Die induktive Plasmabeschleunigung mit stehenden e. m. Wellen weist gegenüber der Beschleunigung mit Wanderwellen (z. B.¹) gewisse Vorteile auf (z. B.^{2, 3}). Die Anwendung eines derartigen Beschleunigungsprinzips erscheint daher aussichtsreicher als früher angenommen⁴.

Es wurde eine verallgemeinerte Theorie zur Beschreibung des Plasmabeschleunigungsvorganges entwickelt^{5, 6}. In mehreren Arbeiten^{7, 8} konnte die Brauchbarkeit dieser Theorie, zumindest für den Fall einer sinusförmigen *B*-Feldverteilung entlang der Beschleunigungsspule in dem Geschwindigkeitsbereich (20–60 km/s), experimentell bestätigt werden. Die gute Übereinstimmung zwischen der von der Theorie vorausgesagten Endgeschwindigkeit und der experimentell ermittelten zeigt, daß die Annahme eines idealisierten Plasmamodells (das in Wirklichkeit nur angenähert vorliegt) berechtigt ist.

Besonders im Hinblick auf eine Feldverteilungs-optimierung erschien es angebracht, die Brauchbarkeit dieser Theorie auch für andere Feldverteilungsfunktionen experimentell zu überprüfen.

Im folgenden werden *B*-Felder, welche qualitativ dem Feld einer Konusspule ähneln, zunächst theoretisch behandelt und dann ihre Wechselwirkung auf das Plasma hinsichtlich einer Beschleunigung untersucht. Spulensysteme mit solchen *B*-Feldverteilungen weisen nicht nur gegenüber Konusspulensystemen wesentliche Vorteile auf (u. a. einen erheblich höheren kinetischen Wirkungsgrad – ca. eine Größenordnung), sondern auch gegenüber den bisher unter-

suchten sogenannten „Sinusspulensystemen“ (u. a. bezüglich einer elektrischen Mindestleitfähigkeit des Plasmas^{2, 5}).

2. Erzeugung des *B*-Feldes

Zur Plasmabeschleunigung werden im vorliegenden Fall lineare rotationssymmetrische Spulenanordnungen benutzt.

Die von diesen Spulen erzeugten Felder haben die gemeinsame mathematische Eigenschaft, daß die Felder durch das Produkt von zwei Funktionen *T* und *R* darstellbar sind, wo *T* nur von der Zeit und *R* nur vom Ort abhängt. Definitionsgemäß³ handelt es sich somit um stehende e. m. Wellen.

Die Ortsfunktion *R* wird bei Rotationssymmetrie durch zwei Parameterfunktionen vollständig bestimmt. Diese beiden Funktionen sind die Mantellinienfunktion *g(z)* und die Stromverteilungsfunktion *f(z)* entlang der Mantellinie der Spule (mit als vernachlässigbar angenommener Dicke).

Mit Hilfe dieser beiden Funktionen können die zur Erzeugung der stehenden Welle benutzten verschiedenen Spulensysteme mathematisch charakterisiert werden.

Für die Konusspule erhält man

$$g(z) = r_0 + z \operatorname{tg} \alpha ; \\ f(z) \approx f_0 ; \quad 0 \leq z \leq z_e . \quad (1)$$

g(z) ist eine Gerade mit Steigung *a*, während *f(z)* konstant ist (näherungsweise gleichmäßige Stromverteilung).

Für die „Sinusspule“ gilt

$$g(z) = r_0 , \quad 0 \leq z \leq z_e , \\ f(z) = f_0 \sin(kz + \varphi_z) . \quad (2)$$



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

$g(z)$ ist konstant (zylindrische Spule); $f(z)$ ist sinusförmig.

Ein wesentlicher Vorteil des Systems (2) gegenüber (1) liegt in seiner Geometrie begründet: Die Konusspule ist auf Grund ihrer Form auf eine gewisse Länge beschränkt. Da diese Einschränkung bei der Sinusspule entfällt, kann das Feld hier über einer längeren Wegstrecke auf das Plasma einwirken, wodurch ohne weitere Optimierungen bereits eine Erhöhung des kinetischen Wirkungsgrades um ca. eine Zehnerpotenz erzielt wird. Demgegenüber entfallen bei der Konusspule die aus der Theorie sich ergebenden einschränkenden Beschleunigungskriterien für sinusförmige stehende Wellen⁵.

Aus diesen Gesichtspunkten kann man den Schluß ziehen, daß es günstig sein wird, mit Hilfe einer zylindrischen Spule ein dem Feld einer Konusspule ähnliches B -Feld durch entsprechende Wahl von $f(z)$ zu erzeugen. Die Vorteile beider Systeme (1) und (2) werden damit vereinigt, wohingegen ihre Nachteile vermieden werden. Im einfachsten Fall bietet sich hierfür eine linear abfallende Stromverteilung an, so daß sich für eine derartige Spule, kurz „Linearsspule“ genannt, ergibt:

$$\begin{aligned} g(z) &= r_0, \quad 0 \leq z \leq z_e, \\ f(z) &= f_0(1 - z/z_e). \end{aligned} \quad (3)$$

Für dieses System wird eine möglichst einfache mathematische Beschreibung der Plasmabeschleunigung gebracht. Dabei wird wieder wie in früheren

Arbeiten^{2, 5, 7} von dem idealisierten Modell eines starren, leitfähigen Plasmaringes ausgegangen, der nur in axialer Richtung beschleunigt wird.

Anhand einiger Beispiele, die numerisch durchgerechnet werden, soll dann durch einen Vergleich mit dem Experiment die Brauchbarkeit der Theorie auch für diese nicht-sinusförmige Feldverteilungsfunktion gezeigt werden.

3. Vereinfachung des Ausgangsgleichungssystems

Das Gleichungssystem zur Beschreibung der induktiven Plasmabeschleunigung mit stehenden e. m. Wellen bei kontinuierlicher Energieversorgung (s. Abb. 1) wurde bereits in⁶ ausführlich dargelegt.

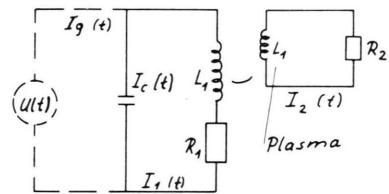


Abb. 1. Ersatzschaltbild.
(Bei der rechten Spule handelt es sich um L_2 .)

Im folgenden wird zunächst von diesem vollständigen Gleichungssystem ausgegangen, das die Rückwirkung des Plasmas auf den primären Kreis berücksichtigt. Wird nämlich als Energiequelle ein Generator verwendet, ist diese Berücksichtigung bei der Berechnung der Leistung unbedingt erforderlich.

Das vollständige Gleichungssystem lautet:

$$\begin{aligned} \dot{J}(t) [L_1 - \chi \hat{\Xi}_2^2(z)] + J(t) [\alpha L_1 - \chi v(t) \hat{\Xi}_2(z) \hat{\Xi}'_2(z)] + \beta b I_1(t) [L_1 v(t) \hat{\Xi}'(z) - R_1 \hat{\Xi}(z)] \\ + \beta b \hat{\Xi}(z) U(t) = 0, \end{aligned} \quad (4.1 - 4.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}(t) [L_1 - \chi \hat{\Xi}_2^2(z)] &= U(t) - I_1(t) [R_1 - \chi v(t) \cdot \hat{\Xi}_2(z) \hat{\Xi}'_2(z)] + A_0 A_2 b J(t) [\alpha \hat{\Xi}_2(z) - v(t) \hat{\Xi}'_2(z)], \\ \dot{z}(t) &= v(t), \quad \dot{v}(t) = \gamma b J(t) I_1(t) \hat{\Xi}'_2(z), \quad I_g(t) = I_1(t) + C \dot{U}(t) \end{aligned} \quad (4.3 - 4.5)$$

mit den abhängigen Veränderlichen: Spulenstrom I_1 , Plasmastromdichte J , Position des Plasmaringes z , Geschwindigkeit des Ringes v , Generatorstrom I_g .

Die Hilfsgrößen α , β , γ , χ und A_0 , A_2 , b sind:

$$\begin{aligned} \alpha &= 8/[\mu_0 \sigma (\Delta r)^2 (\ln 2 r_2 / \Delta r + 0,33)], \\ \beta &= 4 r_2/[\mu_0 (\Delta r)^2 (\ln 2 r_2 / \Delta r + 0,33)], \\ \gamma &= r_2/(2 \varrho), \\ A_0 &= \pi (\Delta r)^2 / 4, \\ A_2 &= \pi r_2^2, \\ b &= \mu_0 N_g / (S \int_0^{z_e} |f(z)| \cdot dz), \\ \chi &= \beta b^2 A_0 A_2. \end{aligned} \quad (5)$$

N_g ist die Gesamtwindungszahl, S die Schaltungsart, die formal definiert wird durch $I_1 = S I_w$ mit I_w = Windungsstromstärke. Zum Beispiel ist bei Serienschaltung $S = 1$, bei Parallelschaltung sämtlicher Windungen $S = N_g$. Δr ist die Plasmaringdicke, r_1 der Spulenradius und r_2 der mittlere Plasmaringradius, ϱ die Dichte, σ die elektrische Leitfähigkeit des Plasmoids und μ_0 die Permeabilität im Vakuum. Die Funktion $U(t)$ in (4) stellt den vorgegebenen zeitlichen Spannungsverlauf am Generator dar.

Die Funktion $\hat{\Xi}_2(z)$ ist der normierte, ortsabhängige Teil des B -Vektorfeldes⁶ gemäß

$$\hat{B}_{zj}(t, z) = b I_1(t) \hat{\Xi}_j(z) \quad (6)$$

mit

$$\hat{B}_{zj}(t, z) = \hat{B}_z(t, r_j, z) = \frac{2\pi}{A_j} \int_0^{r_j} r B_z(t, r, z) dr, \quad (7)$$

$A_j = \pi r_j^2$, r_j mittlerer Plasmaringradius ($j = 2$).

Die exakte numerische Berechnung der Funktion $\hat{\Xi}(z)$ für vorgegebene $f(z)$ und $g(z)$ ist ohne weiteres durchführbar. Wegen der guten Übereinstimmung zwischen der theoretisch berechneten Endgeschwindigkeit und der experimentell ermittelten genügt es jedoch, wenn man die Funktion $\hat{\Xi}(z)$ idealisierend näherungsweise durch einen linear abfallenden Verlauf ersetzt:

$$\begin{aligned} \hat{\Xi}(z) &= 0,5 + z \hat{\Xi}', \\ \hat{\Xi}' &= -0,5/z_e \quad (z_e = \text{Spulenlänge}) . \end{aligned} \quad (8)$$

Mit diesem vereinfachten Ansatz wird der numerische Aufwand für die Berechnung von (4) erheblich reduziert.

Eine weitere Vereinfachung des Systems (4) erreicht man dadurch, daß man als Energiequelle nicht einen Generator, sondern eine Kondensatorbatterie C benutzt. Hierdurch wird in (4.5) $I_g(t) = 0$ und man erhält zunächst eine weitere, fünfte abhängige Veränderliche $U(t)$ mit

$$\dot{U}(t) = -I_1(t)/C. \quad (9)$$

Formal kann man jetzt von einem System von fünf Differentialgleichungen ausgehen. Da jedoch der Entladungsverlauf des Kondensators experimentell leicht gemessen und näherungsweise durch

$$U(t) = U_A \cos \omega t e^{-\delta t} \quad (10)$$

dargestellt werden kann, wird (9) überflüssig. U_A , ω und δ sind Parameter, die durch das Experiment vorgegeben bzw. gemessen werden.

Die Summanden in (4), die die Hilfsgröße χ enthalten, sind ein Maß für die Rückwirkung des induzierten Plasmastromes auf den Spulenstrom. Im Betrag sind diese Summanden klein gegenüber den übrigen Summanden. Ihre Berücksichtigung ist zwar von maßgebender Bedeutung bei der Berechnung des Leistungsbedarfs und der Kompensationskapazität bei kontinuierlicher Energieversorgung mit einem Generator⁶, hat hier aber kaum Einfluß auf das Lösungsverhalten des Systems (4). Man kann diese Summanden daher vernachlässigen, indem man formal $\chi = 0$ setzt.

Man erhält nunmehr das weitgehend vereinfachte Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{J}(t) &= -\alpha J(t) - \beta b I_1(t) [v(t) \hat{\Xi}' - (R_1/L_1) \hat{\Xi}(z)] \\ &\quad - \beta b \hat{\Xi}(z) U(t)/L_1, \\ \dot{I}_1(t) &= U(t)/L_1 - I_1(t) R_1/L_1, \quad (11) \\ \dot{z}(t) &= v(t), \\ \dot{v}(t) &= \gamma b J(t) I_1(t) \hat{\Xi}' \end{aligned}$$

mit $\hat{\Xi}$ und U aus (8) und (10).

Bei Vorgabe der Anfangsbedingungen und der durch das Experiment her bestimmten Daten kann nunmehr der Bewegungsablauf des Plasmas numerisch berechnet werden.

4. Versuchsaufbau und Durchführung der Messungen

Das Schema des Versuchsaufbaus ist in Abb. 2 dargestellt. Durch ein elektromagnetisches Schnellschlußventil strömt Heliumgas pulsartig in das evakuierte Glasrohr (Druck kleiner 10^{-4} Torr) und wird durch Entladen einer Kondensatorbatterie (1200 J, 160 kHz) über eine Konusspule ionisiert und gleichzeitig etwas beschleunigt. Das Plasma tritt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 28 km/s in die Linearspule ein, wo es weiter beschleunigt wird. Über die Linearspule wird eine zweite Kondensatorbatterie (240 J) entladen.

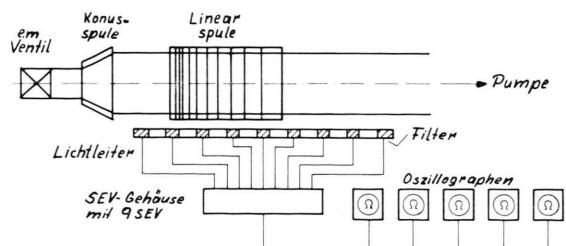


Abb. 2. Schematische Darstellung der Meßanordnung.

Nach Verlassen der Linearspule wird das Plasmoid nicht mehr beschleunigt und seine Endgeschwindigkeit wird durch ein einfaches optisches Verfahren gemessen. Entlang dem Beschleunigungsrohr befinden sich in festen Abständen 9 optische Filter (mittlere Durchlaßbreite 6 nm mit einer maximalen Durchlässigkeit bei 469 nm). Damit kann nur die stärkste der im sichtbaren gelegenen Spektrallinien der Heliumionen (486,6 nm) hindurchtreten, wodurch nur das vollionisierte Plasmoid erfaßt

wird. Hinter den optischen Filtern befinden sich 9 Lichtleiter, die zu 9 Photomultipliern führen, deren Spannungssignale auf 5 Zweistrahloszillographen registriert werden. Aus der zeitlichen Verschiebung der Signale an den verschiedenen Meßorten wurde die Geschwindigkeit bestimmt. Wie schon früher durch vergleichende Messungen mit einer Piezosonde gezeigt wurde⁸, mißt man auf diese einfache Weise die wahre Geschwindigkeit des Plasmoids.

Das Meßprogramm wurde für 3 verschiedene Linearspulen L1, L2 und L3 durchgeführt. Die Spulen L2 bzw. L3 wurden so ausgelegt, daß mit ihnen höhere Endgeschwindigkeiten erreichbar sein sollten. Aus Vergleichsgründen wurde der Energieinhalt der Kondensatorbatterie konstant gehalten. Da sich alle Parameter des Spulensystems gegenseitig beeinflussen, erschien es für Vergleichszwecke am einfachsten, auch jeweils von einer gleichen Spulenlänge von 20 cm auszugehen. Eine höhere Magnetfeldamplitude, die zum Erreichen größerer Geschwindigkeiten notwendig ist, konnte somit nur durch Erniedrigen der Selbstinduktion der Spulen erhalten werden. Durch eine solche Erniedrigung erhöhen sich nämlich die Frequenz und der Strom und damit letztlich auch die Magnetfeldamplitude. Hierdurch wird aber das Verhältnis Spuleninduktivität zu parasitärer Kreisinduktivität kleiner, was zu einer geringeren Spannungsamplitude an den Spulenenden führt. Daher erwies es sich bei Spule L3 (niedrigste Induktivität) als erforderlich, die parasitäre Kreisinduktivität durch entsprechenden Umbau auf ein Minimum zu bringen.

Bei der Verbesserung der einzelnen Spulen wurde nun folgendermaßen vorgegangen: Die Plasmaparameter (elektrische Leitfähigkeit, Plasmaabmessungen) waren bekannt, nicht jedoch die Dämpfung δ , die Frequenz f und die genaue Induktivität L der Spule. Es wurde daher zunächst die bei einer z. B. durch Parallelschaltung je zweier Windungen (Spule L2) zu erwartende, kleinere Induktivität bzw. höhere Frequenz vorgegeben und mit einer Dämpfung $\delta = 0$ die theoretische Endgeschwindigkeit berechnet. Lag diese höher als im vorhergehenden Fall (hier also bei Spule L1), wurde die Spule gebaut und die theoretische Endgeschwindigkeit mit den jetzt bekannten Spulenwerten ermittelt. Anschließend wurde die Endgeschwindigkeit experimentell bestimmt.

Die linear abfallende Stromverteilungsfunktion [s. Gl. (3)] wurde durch unterschiedliche Windungsentfernungen auf einem zylindrischen Spulen-

körper realisiert. Bei der Berechnung der Windungsentfernungen⁶ wurde vorausgesetzt, daß durch jede Windung ein Strom gleicher Stärke fließt.

In Tab. 1 sind die wichtigsten Daten der 3 Spulen zusammengestellt.

Tabelle 1.

Spule	L 1	L 2	L 3
Windungszahl N_g	10	10	12
Schaltungsart S	1 Reihenschaltung	2 Parallelschaltung von je 2 Windungen	4 Parallelschaltung von je 4 Windungen
Induktivität $L/\mu\text{H}$	5,8	1,5	0,5 ₂
Parasitäre Kreisinduktivität $/\mu\text{H}$	~0,4	~0,4	~0,1
Spannung an den Spulenenden U_A/kV	41	33	36
Faktor zur Magnetfeldberechnung b [s. Gl. (5)]	$1,26 \cdot 10^{-4}$	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-5}$
Dämpfung δ/s^{-1}	$1,1 \cdot 10^5$	$1,3 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$
Frequenz f/kHz	128	227	400

5. Ergebnisse und Diskussion

Für die Berechnungen wurde für $U(t)$ [s. Gl. (10)] nicht der Spannungsverlauf am Kondensator, sondern der gemessene Spannungsverlauf an der jeweiligen Spule verwendet, da (s. Abb. 1) für die Aufstellung des Gleichungssystems (4) davon ausgegangen wurde, daß die angelegte Spannung $U(t)$ identisch mit der über dem Spulensystem (L_1, R_1) ist. In Wirklichkeit ist jedoch die letztere nicht identisch mit dem Verlauf am Kondensator auf Grund der vorhandenen parasitären Induktivitäten und Widerstände, die im Ersatzschaltbild 1 nicht angeführt wurden. Ebenfalls wurde für die Berechnung von I_1 [s. Gl. (11)] nur der Wert der jeweiligen Spuleninduktivität L_1 eingesetzt und nicht die gesamte Kreisinduktivität.

In Abb. 3 zeigt der 2. und 4. Strahl den gedämpften Spannungsverlauf an der Spule L2 ohne bzw. mit Plasma. Deutlich ist der starke Einfluß des Plasmas, der durch die Energieübertragung vom Kreis in das Plasma bedingt ist, aus dem stärker gedämpften Verlauf erkennbar. Der erste Strahl zeigt einmal die in einer Pick-up-Schleife induzierte

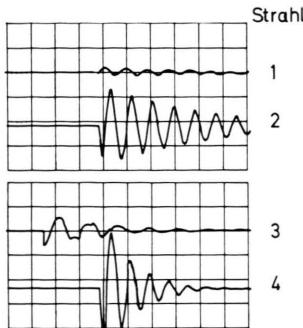


Abb. 3. Spannungsverlauf der Linearspule L 2 ohne (Strahl 2) und mit Plasma (Strahl 4) und Pick-up Signal (Strahl 1 bzw. 3); Zeitablenkung 5 μ s/Rastereinheit.

Spannung durch das Feld der Linearspule allein, der 3. Strahl den durch Überlagerung der Felder von Konus- und Linearspule erhaltenen Spannungsverlauf. In Abb. 4 ist der Plasmapuls am ersten und letzten Meßort (Abstand 56 cm) zu sehen. Der jeweils obere Strahl (Nr. 1 bzw. 3) stellt hier wieder das Pick-up-Signal dar. Man ersieht aus Abb. 4 (Nr. 2 bzw. 4) die steile Vorderflanke des Plasmoids mit dem scharfen Abknickpunkt, der zur Geschwindigkeitsbestimmung herangezogen wurde.

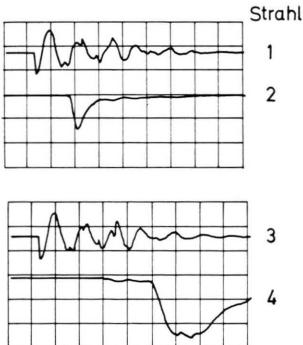


Abb. 4. Lichtsignal des Plasmas am Meßort 1 (Strahl 2) bzw. 9 (Strahl 4) in Spule L 2 mit Pick-up Signal (Strahl 1 bzw. 3); Zeitablenkung 5 μ s/Rastereinheit.

Das Ergebnis der Geschwindigkeitsmessungen ist in Abb. 5 dargestellt, wobei sämtliche Kurven der Übersichtlichkeit halber parallel zur Zeitachse verschoben sind. Der relative Größfehler bei der Bestimmung der konstanten Endgeschwindigkeit – bedingt in erster Linie durch die Unschärfe der Abknickpunkte von maximal 0,5 μ s – beträgt $\pm 10\%$ und ist in der Abbildung durch einen Sektor ange deutet. Da die Endgeschwindigkeit des Plasmoids erst nach dem Austritt aus der jeweiligen Spule er-

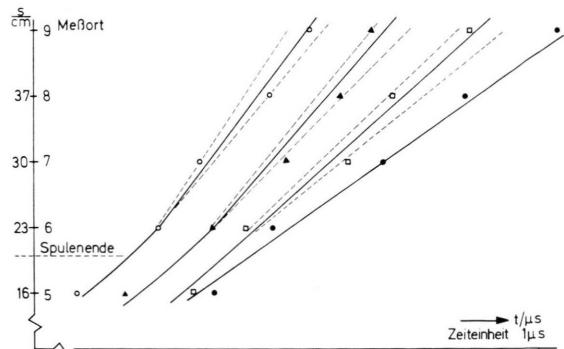


Abb. 5. Weg/Zeit-Diagramm des Plasmas nach dem Austritt aus den Linearspulen und der Konusspule.

reicht ist, wurden nur die Meßpunkte von Meßort 5 – 9 eingetragen, wobei Meßort 5 noch 4 cm innerhalb der Beschleunigungsspule liegt.

Die Meßpunkte vor und innerhalb der Spulen (Meßort 1 – 5) sind nur für den Beschleunigungsvorgang innerhalb der Spule von Interesse. Infolge starker Streuungen sind diese Meßergebnisse jedoch dafür nicht verwertbar. Diese Streuungen dürften zum größten Teil darauf zurückzuführen sein, daß sich am Anfang des Beschleunigungsvorgangs komplizierte Vorgänge im Plasma abspielen⁸. Es tritt nämlich bisweilen noch ein zweites Plasmoid auf, das sich mit einer unterschiedlichen Geschwindigkeit und Beschleunigung bewegt. Erst im Laufe des Beschleunigungsprozesses kann praktisch nur noch ein Plasmoid beobachtet werden.

Für die numerische Berechnung des Gleichungssystems (11) zur Ermittlung der theoretischen Endgeschwindigkeit wurden folgende, allen 3 Fällen gemeinsame Daten zugrunde gelegt:

Anfangsbedingungen ($t = 0$):

$$J(t) = 0, \quad I_1(t) = 0, \quad z(t) = 0, \quad v = 28 \cdot 10^3 \text{ m/s},$$

Spulenlänge:

$$2 \cdot 10^{-1} \text{ m},$$

Plasmaparameter:

$$r_2 = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad \Delta r = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad \sigma = 2 \cdot 10^4 \text{ l}/\Omega \text{ m}, \\ \varrho_{\min} = 10^{-4} \text{ kg/m}^3, \quad \varrho_{\max} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3.$$

ϱ_{\min} bzw. ϱ_{\max} bedeuten die untere bzw. obere Grenze der nur bis auf einen Faktor 2 abschätzbar Dichte des Plasmoids. Die theoretisch berechneten Endgeschwindigkeiten und die experimentellen Ergebnisse sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 2.

Spule	$v_{\text{exp}} / \frac{10^3 \text{ m}}{\text{s}}$	$v_{\text{theor}} / \frac{10^3 \text{ m}}{\text{s}}$	
L 1	36	35	39
L 2	46	41	50
L 3	53	46	60

Die für jede Spule angegebenen 2 theoretischen Geschwindigkeitswerte ergeben sich aus den zwei verschiedenen Dichtewerten, wobei dem niedrigeren Geschwindigkeitswert ϱ_{\max} , dem höheren Geschwindigkeitswert ϱ_{\min} entspricht.

Eine Änderung der übrigen Plasmaparameter innerhalb ihrer Meßfehlergrenzen (Fehler bei $\Delta r \pm 15\%$, bei $\sigma \pm 25\%$) wirkt sich auf das numerische Ergebnis der Endgeschwindigkeit nicht nennenswert aus. Die Abweichung der theoretisch berechneten von den experimentell bestimmten Geschwindigkeiten ist daher im wesentlichen durch die Ungenauigkeit in der Dichte bedingt. Im Mittel beträgt diese Abweichung ca. 10%.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Übereinstimmung zwischen der experimentell be-

stimmten und theoretisch berechneten Endgeschwindigkeit auch bei den hier verwendeten „Linearspulen“, also bei Spulen mit nicht-sinusförmiger Stromverteilung, recht gut ist. Wie die Gegenüberstellung von den bislang verwendeten Konus- und „Sinusspulen“ in Abschn. 2 zeigte, vereinigt eine „Linearspule“ (linear abfallende Stromverteilung in axialer Richtung) die Vorteile der beiden erstgenannten Spulen. Dabei sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Felder der drei Spulentypen Spezialfälle des Feldes einer stehenden elektromagnetischen Welle sind. Da die Feldverteilungsfunktionen von „Sinus“- und „Linearspulen“ voneinander völlig verschieden sind, scheint auf Grund der erhaltenen Resultate die Annahme gerechtfertigt, daß – zumindest in dem untersuchten Geschwindigkeitsbereich – die Theorie des Plasmabeschleunigungsvorganges in stehenden Wellen für beliebige Feldverteilungsfunktionen zu quantitativ richtigen Ergebnissen führt. Letzteres ist für eine Feldverteilungsoptimierung von stehenden elektromagnetischen Wellen z. B. hinsichtlich einer höchstmöglichen Geschwindigkeit bei Vorgabe der zur Verfügung stehenden Energie von großem Interesse.

- ¹ W. Bieger, A. Stampf u. H. Tuczak, Beschleunigung von Plasma mit e.m. Wanderwellen, DLR-Mitt. 68-12 [1968].
- ² A. Meert u. H. G. Wichmann, Beschleunigung und Verzögerung von Plasmen durch magnetische Wellen, Jahrbuch der WGLR, 188–195 [1966].
- ³ A. Meert, Z. Naturforsch. **27 a**, 776 [1972].
- ⁴ R. G. Jahn, Physics of Electric Propulsion, p. 304. McGraw-Hill Book Company, New York 1968.
- ⁵ A. Meert, Zur Berechnung der mittleren Plasmageschwindigkeit bei Plasmabeschleunigern mit harmonischen elektromagnetischen Wellen, DLR FB 69-15 [1969].

⁶ A. Meert, Berechnung induktiver Plasmabeschleuniger mit sinusförmigen e.m. stehenden Wellen bei kontinuierlicher Energieversorgung, DLR FB 73–108 [1973].

⁷ R. Köhne, A. Meert u. H. G. Wichmann, XIX th Internat. Astronautical Congress, Volume 3. Propulsion-Reentry Physics 1970, Pergamon Press, PWN-Polish Scientific Publishers, p. 75–99.

⁸ R. Köhne, Änderung der Parameter eines Plasmas beim Beschleunigungsvorgang in einer stehenden e.m. Welle, Dissertation, Universität Stuttgart 1972.